

FACHARBEIT

aus dem Fach

Physik

**Thema: Theoretische Betrachtung des radioaktiven Mutter-Tochter-Zerfalls mit
experimentellem Nachweis und Programm zur Simulation**

Verfasser: **Alexander Bock (<http://www.alexander-bock.eu>)**

Leistungskurs: **Physik**

Kursleiter: **Herr -----**

Abgabetermin: **27.01.06**

erzielte Note:

in Worten:

erzielte Punkte:
(einfache Wertung)

in Worten:

Abgabe der korrigierten Arbeit beim Kollegstufenbetreuer:

.....

(Unterschrift des Kursleiters)

1 Radioaktivität und der Mensch	3
2 Theoretische Betrachtung	4
2.1 Radioaktivität allgemein	4
2.2 Halbwertszeit und Aktivität	5
2.3 Mathematische Betrachtung	5
2.3.1 Mutterelement	5
2.3.2 Tochterelement	6
2.3.3 Enkelelement	8
2.3.4 Besondere Fälle	9
3 Praktische Anwendung	14
3.1 Aufbau und Versuchsbeschreibung	14
3.2 Auswertung der erhaltenen Daten	15
4 Programm zur Simulation des Kernzerfalls (RaSim)	18
4.1 Anleitung: einfache, hypothetische Simulation durchführen	18
4.2 Fähigkeiten des Programms	20
4.3 Funktionsweise der Simulation	21
5 Ausblick auf künftige Anwendungen der Kenntnisse	23
6 Anhang	24
6.1 Zusätzliche Messungen und Berechnungen zu 3.2	24
6.2 CD-ROM (Verzeichnis /)	--
6.2.1 RaSim Simulationsprogramm (Verzeichnis /rasim/)	--
6.2.2 Mozilla Firefox 1.5 (Verzeichnis /firefox/)	--
6.2.3 Quellen (Verzeichnis /quellen/)	--
7 Literaturverzeichnis und Quellenauszüge	26

1 Radioaktivität und der Mensch

Bereits das 20. Jahrhundert stand im Zeichen der Kernforschung. 1903 erhielten Marie Curie, Pierre Curie und Antoine Henri Becquerel den Nobelpreis für ihre Entdeckungen auf dem Gebiet der Radioaktivität. Dieser Zeitpunkt wird als historischer Beginn des Zeitalters der modernen Kernforschung verstanden. Seitdem hat man große Fortschritte auf diesem Gebiet gemacht, sowohl in positiver als auch in negativer Hinsicht.

Das Manhattan-Projekt, dem die schlimmste Waffe, die die Menschheit bisher erschaffen hat, entsprang, die Atombombe, konnte ohne die vorhergehende Erforschung der Eigenschaften der Atome nicht erfolgreich sein. Während die Atombombe weiterentwickelt wurde, gelang es friedliche Anwendungen der Radioaktivität zu finden. Die heute verbreitetste davon ist die Kernenergie: 16% des weltweit erzeugten elektrischen Stroms stammt aus Kernkraftwerken.

Auch findet man solche Technik in Isotopenbatterien, die in der Raumfahrt Verwendung finden oder früher in Herzschrittmachern eingesetzt wurden. Dabei wird die beim Zerfall der Atome entstehende Wärme genutzt. Auch in der Medizin findet die Radioaktivität einen Nutzen, z.B. bei der Szintigraphie, bei der kleine Mengen eines radioaktiven Präparats in den Körper des Patienten injiziert werden. Die ausgehende Strahlung kann dann aufgefangen und zur Erstellung einer Diagnose benutzt werden. Trotz seiner positiven Einsatzmöglichkeiten besteht jedoch, vorallem bei größeren Projekten, immer die Gefahr eines Unfalls, der die Umwelt verseuchen könnte. Aus diesem Grund haben bereits mehrere Länder, darunter Deutschland und Belgien beschlossen, aus der Kernenergie auszusteigen. In Anbetracht der Tatsache, dass dafür andere Länder mit niedrigeren Sicherheitsstandards weiter auf Kernkraft setzen, ist der Sinn dieses Vorhabens umstritten.

Nichtsdestotrotz ist das weitere Erforschen der Radioaktivität und der damit verbundenen Forschungsgebiete immer noch ein wichtiger Teil der Wissenschaft. Heutzutage ist man selbst in Schulen in der Lage, Grundlagen der Radioaktivität selbst nachzuprüfen und auf den Pfaden der großen Forscher des 20. Jahrhunderts zu wandeln. Diese Facharbeit befasst sich daher mit dem Mutter-Tochter-Zerfall radioaktiver Elemente.

2 Theoretische Betrachtung

2.1 Radioaktivität allgemein

„Unter Radioaktivität oder radioaktivem Zerfall versteht man die spontane Umwandlung instabiler Atomkerne unter Energieabgabe.“¹ Diese Energie wird auf verschiedene Arten frei, entweder als energiereiches Teilchen oder als ionisierende Strahlung. Jedes Atom/Isotop zerfällt auf seine Art und Weise, jedoch ist die Art des Zerfalls charakteristisch für eine bestimmte Art von Atomen. So zerfällt beispielsweise Uran-238 immer indem es einen Heliumkern, also α -Strahlung, aussendet. Die verschiedenen Arten der sogenannten Zerfallsmodi verändern das zerfallende Atom unterschiedlich: je nach Zerfallsmodus ändert sich die Ordnungszahl und/oder die Massenzahl oder es ändert sich nur der Anregungszustand des Kerns.

Ändert sich die Ordnungszahl, so entsteht ein anderes chemisches Element, ändert sich nur die Massenzahl, so entsteht ein anderes Isotop des vorhandenen chemischen Elements, ändert sich der Anregungszustand des Kerns, so wechselt das Atom vom Zustand eines Kernisomers in den Zustand eines anderen.

In der programmierten Simulation werden nur die Änderungen der Ordnungs- und Massenzahl berücksichtigt, Kernisomerie spielt dort keine Rolle.

Wichtig bei der Betrachtung von instabilen Atomen ist, dass der Zerfall selbst „kein deterministischer Prozess“² ist. Das bedeutet, dass ein Atom zwar eine bestimmte Zerfallswahrscheinlichkeit hat, mit der es zerfällt, aber man nicht genau sagen kann, wann es passieren wird. Das Alter des Atoms spielt keine Rolle, ob es nun 1 Sekunde oder 1 Jahr alt ist, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es zerfällt, ist gleich hoch. So gesehen kann man keine genauen Aussagen über einzelne Atome treffen, denn sie können genauso gut nie zerfallen, auch wenn das sehr unwahrscheinlich ist. Für größere Mengen an Atomen lassen sich aber mathematische Modelle aufstellen, die den Zerfall gut annähern können.

1 [1]

2 [1]

2.2 Halbwertszeit und Aktivität

Hat man nun also eine größere Menge instabiler Atome, so zerfallen ständig einige davon. Da jedes Atom „für sich“ zerfällt, ist die Anzahl der tatsächlich zerfallenden Atome abhängig von der Anzahl vorhandener Atome. Anfangs zerfallen also vergleichsweise viele Atome, später, nachdem vom Mutter-Element, also dem Ursprungsatom, weniger vorhanden sind, zerfallen weniger Atome.

Wenn nun anfangs eine Menge N_0 Mutteratome vorhanden ist, so hat man zum

Zeitpunkt $t = T_{\frac{1}{2}}$ noch durchschnittlich $\frac{1}{2} \cdot N_0$ Mutteratome, also die Hälfte des

Startbestandes. Dieser Zeitpunkt wird als Halbwertszeit bezeichnet.

Außerdem kann man für diese Menge Atome eine weitere, charakteristische Eigenschaft angeben: die Aktivität (A). Diese gibt die durchschnittliche Anzahl Kernzerfälle in einer bestimmten Zeitspanne wieder. Die Einheit der Aktivität ist Bequerel (Bq), dabei steht 1 Bq für einen Zerfall pro Sekunde, also $1 \text{ Bq} = \frac{1}{\text{s}}$. Die Aktivität eines Elements wird pro Menge angegeben, da sie direkt von der vorliegenden Zahl an Atomen abhängt, also

ist z.B. $A = 12\,870\,000 \frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$ bei Uran (natürliches Isotopengemisch)³.

2.3 Mathematische Betrachtung

2.3.1 Mutterelement

Man nimmt nun an, man hätte die Menge N_{10} eines instabilen Mutterelements vorliegen. Dieses zerfällt mit der Aktivität A_{10} zum Zeitpunkt $t=0$.

Es gilt: $A_{10} = N_{10} \cdot \lambda_1$

Dabei ist λ_1 „die Zerfallskonstante des entsprechenden Elementes (...), welche die Geschwindigkeit des Zerfalls darstellt.“⁴

3 [2]

4 [2]

Weiterhin gilt:

$$\dot{N}_1(t) = -\lambda_1 \cdot N_1(t) \Leftrightarrow \frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 \cdot N_1(t) \Leftrightarrow \frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 \cdot N_1$$

Die durchschnittliche Menge zerfallender Atome zum Zeitpunkt t hängt also, wie oben bereits erwähnt, von der tatsächlich vorhandenen Menge Atome zum Zeitpunkt t ab.

Durch Umformen erhält man nun:

$$\frac{dN_1}{N_1} = -\lambda_1 \cdot dt$$

$$\Rightarrow \int \frac{dN_1}{N_1} = \int -\lambda_1 \cdot dt$$

$$\Rightarrow \ln(N_1) + C_1 = -\lambda_1 \cdot t + C_2$$

$$\Rightarrow \ln(N_1) = -\lambda_1 \cdot t + C_3 \quad \text{mit} \quad C_3 = C_2 - C_1$$

$$N_1 = e^{-\lambda_1 \cdot t + C_3} = e^{-\lambda_1 \cdot t} \cdot e^{C_3}$$

Es ist bekannt, dass zum Zeitpunkt $t=0$ N_{10} Atome vorhanden sind, also gilt:

$$N_{10} = e^{C_3}$$

Und damit: $N_1(t) = N_{10} \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t}$

Somit ist $N_1(t)$ die Menge Mutteratome zum Zeitpunkt t .

Zusätzlich lässt sich noch die Aktivität des Mutternuklids angeben, die Ableitung der Mengenfunktion:

$$A_1(t) = \lambda_1 \cdot N_1(t) \quad ^5$$

2.3.2 Tochterelement

Die Mutteratome zerfallen also in Tochteratome. Es ist nun möglich, dass das entstehende Tochterelement selbst wieder instabil und radioaktiv ist und daher weiter zerfällt. In diesem Falle hängt die Änderung der Zahl der Tochteratome vom Zerfall der Mutteratome, d.h. der Zunahme der Anzahl der Tochterkerne, und dem Zerfall der Tochteratome, d.h. der Abnahme der Anzahl der Tochterkerne, ab.

Es gilt:

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 \cdot N_2 + \lambda_1 \cdot N_1 \quad \text{mit} \quad N_2(0) = N_{20}$$

Dies ist eine gewöhnliche Differentialgleichung (DGL) erster Ordnung, da ein

Anfangswert gegeben ist bezeichnet man sie als sogenanntes Anfangswertproblem (AWP).

Die DGL liegt in folgender Form vor:

$$\dot{y} = a(x) \cdot y + s(x)$$

Zum Vergleich:

$$\dot{N}_2 = -\lambda_2 \cdot N_2 + \lambda_1 \cdot N_{10} \cdot e^{-\lambda_1 t}$$

Die allgemeine Lösung der DGL hat dann die Gestalt

$$y(x) = y_p(x) + y_h(x)$$

mit $y_p(x) = C(x) \cdot e^{\int a(x) dx}$ ⁶ und $y_h(x) = C \cdot e^{\int a(x) dx}$

$y_p(x)$ heißt partikuläre Lösung der inhomogenen Gleichung, $y_h(x)$ heißt allgemeine Lösung der homogenen Gleichung. Dabei ist $C(x) = \int s(x) \cdot e^{-\int a(x) dx} dx$

In diesem Fall dann:

$$N_2(t) = N_{2p}(t) + N_{2h}(t)$$

mit $N_{2p}(t) = C(t) \cdot e^{\int -\lambda_2 dt} = C(t) \cdot e^{-\lambda_2 t}$

und $N_{2h}(t) = C \cdot e^{-\int -\lambda_2 dt} = C \cdot e^{\lambda_2 t}$

Außerdem: $C(t) = \int \lambda_1 \cdot N_{10} \cdot e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\int -\lambda_2 dt} dt = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_{10} \cdot e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}$

Zusammen ergibt das nun:

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_{10} \cdot e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} \cdot e^{-\lambda_2 t} + C \cdot e^{\lambda_2 t}$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_{10} \cdot e^{-\lambda_1 t} + C \cdot e^{\lambda_2 t}$$

Mit Hilfe des Anfangswertes $N_2(0) = N_{20}$ kann man nun die Lösung bestimmen:

$$N_2(0) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_{10} + C = N_{20}$$

$$\Rightarrow C = N_{20} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_{10}$$

In $N_2(t)$ ergibt das:

⁶ Verfahren der „Variation der Konstanten“

$$N_2(t) = N_{20} \cdot e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_{10} \cdot (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Der erste Summand ist gleich mit der Funktion für die Anzahl der Mutterkerne. Sollten bei $t=0$ bereits Tochteratome vorhanden sein, so zerfallen diese selbstständig ohne Beeinflussung von außen. Der zweite Summand dagegen beschreibt die Anzahl der Tochterkerne, die erst durch Speisung, welche durch den Zerfall der Mutter stattfindet, entstehen. Diese zerfallen dann ebenfalls weiter.

Auch hier lässt sich wieder die Aktivität angeben, was nach ⁷ Folgendes ist:

$$A_2(t) = \lambda_2 \cdot N_2(t)$$

2.3.3 Enkelelement

Es soll noch betrachtet werden, wie sich ein Enkelelement verhält, dass durch den Zerfall der Tochter entsteht. Dieses Enkelelement ist selbst nicht mehr radioaktiv und zerfällt daher nicht mehr. Seine Anzahl hängt nur davon ab, wieviele Tochteratome bereits zerfallen sind. Es ist bekannt:

$$\frac{dN_2}{dt} = -\lambda_2 \cdot N_2 + \lambda_1 \cdot N_1$$

Daraus kann nun das Folgende abgeleitet werden:

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 \cdot N_2 \quad \text{mit} \quad N_3(0) = N_{30}$$

Die Zunahme der Enkelelemente ist vom Betrag gleich der Abnahme der Tochterelemente.

$$\int \frac{dN_3}{dt} dt = \int \lambda_2 \cdot N_2 dt$$

$$N_3 = \int \lambda_2 \cdot N_2 dt + C$$

$$N_3 = \int \lambda_2 \cdot \left[N_{20} \cdot e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_{10} \cdot (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \right] dt + C$$

$$N_3 = -N_{20} \cdot e^{-\lambda_2 t} + \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_{10} \cdot (\lambda_1 \cdot e^{-\lambda_2 t} - \lambda_2 \cdot e^{-\lambda_1 t}) + C$$

mit $N_3(0) = N_{30}$ folgt: $C = N_{10} + N_{20} + N_{30}$

$$\text{d.h.} \quad N_3(t) = -N_{20} \cdot e^{-\lambda_2 t} + \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_{10} \cdot (\lambda_1 \cdot e^{-\lambda_2 t} - \lambda_2 \cdot e^{-\lambda_1 t}) + N_{10} + N_{20} + N_{30}$$

Der erste Teil der Funktion, der abhängig ist von der Zeit t , strebt für $t \rightarrow \infty$ gegen 0, die Gesamtmenge der vorhandenen Enkelatome strebt daher gegen die Anzahl aller anfangs vorhandenen Atome $N_{10} + N_{20} + N_{30}$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N_3(t) = N_{10} + N_{20} + N_{30}$$

Das entspricht auch der theoretischen Überlegung, denn sowohl die Mutter- als auch Tochteratome zerfallen gänzlich bis nur noch Enkelteilchen vorhanden sind. Schließlich ist aus allen beteiligten Teilchen ein Enkel geworden.

Hier eine Aktivität anzugeben hat keinen Sinn mehr, da der Enkel nicht mehr zerfällt – die Aktivität ist 0.

2.3.4 Besondere Fälle

Es gibt nun verschiedene Kombinationen von Aktivitäten der einzelnen Elemente. Interessant sind hierbei die Fälle, wenn die Zerfallskonstanten möglichst gleich oder möglichst unterschiedlich sind.

(1) Gleiche Zerfallskonstanten $\lambda_1 = \lambda_2$

Dieser Fall ist vor allem deswegen interessant, weil die für die Tochteratome geltende Funktion $N_2(t)$ für $\lambda_1 = \lambda_2$ gar nicht definiert ist. Es würde durch 0 geteilt werden. Gleichzeitig wird der betreffende Term dann allerdings auch mit 0 multipliziert, diese Kombination lässt den gesamten Ausdruck dann konvergieren. Es kann eine stetige Fortsetzung gebildet werden, die diese Definitionslücke schließt:

$$\lim_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2} N_2(t) = \lim_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2} N_{20} \cdot e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_{10} \cdot (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$\lim_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2} N_2(t) = N_{20} \cdot e^{-\lambda_2 t} + N_{10} \cdot \lambda_2 \cdot t \cdot e^{-\lambda_2 t} \quad 8$$

$$\text{bzw.} \quad \lim_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2} N_2(t) = N_{20} \cdot e^{-\lambda_2 t} + N_{10} \cdot \lambda_1 \cdot t \cdot e^{-\lambda_1 t} = N_{2F}(t)$$

Zur Veranschaulichung ein Diagramm mit $N_{10} = 1.000.000$ $N_{20} = 0$:

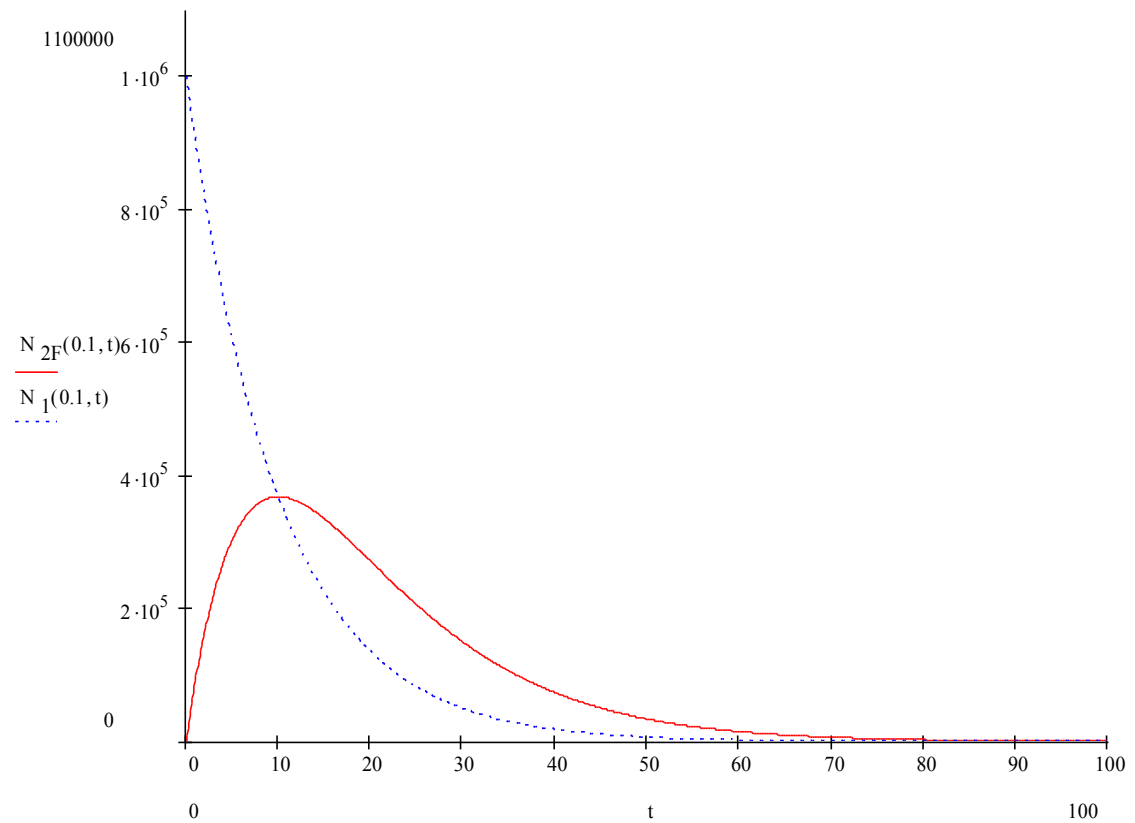


Abb. 1: Zeit-Menge-Diagramm von Mutter/Tochter mit gleicher Zerfallskonstante $\lambda = 0,1 \frac{1}{s}$

Man kann hier (Abb. 1) erkennen, dass am Anfang die Bildung der Tochteratome stärker ist, als deren Zerfall – die Menge der Tochternuklide steigt an, die der Mutternuklide sinkt. Da kein weiteres Atom vorhanden ist, aus dessen Zerfall die Mutter gespeist werden könnte, nimmt ihre Menge zu keinem Zeitpunkt zu, sondern nur ab.

Dieses Verhalten spiegelt sich auch in den Aktivitäten wider (Abb. 2), die Mutter zerfällt durchgehend einer Exponentialfunktion folgend, während die Tochter anfangs immer stärker zerfällt und dann langsamer wird. Das ist dadurch zu erklären, dass die Aktivität direkt von der Anzahl der vorhandenen Atome abhängig ist. Da am Anfang die Anzahl der Tochteratome steigt, können auch mehr davon zerfallen, daher steigt die Aktivität. Später, wenn bereits viele Mutteratome zerfallen sind, verlangsamt sich die Speisung der Tochter, die zerfallenden Atome werden nicht mehr ersetzt, ihre Anzahl sinkt und damit verringert sich auch ihre Aktivität.

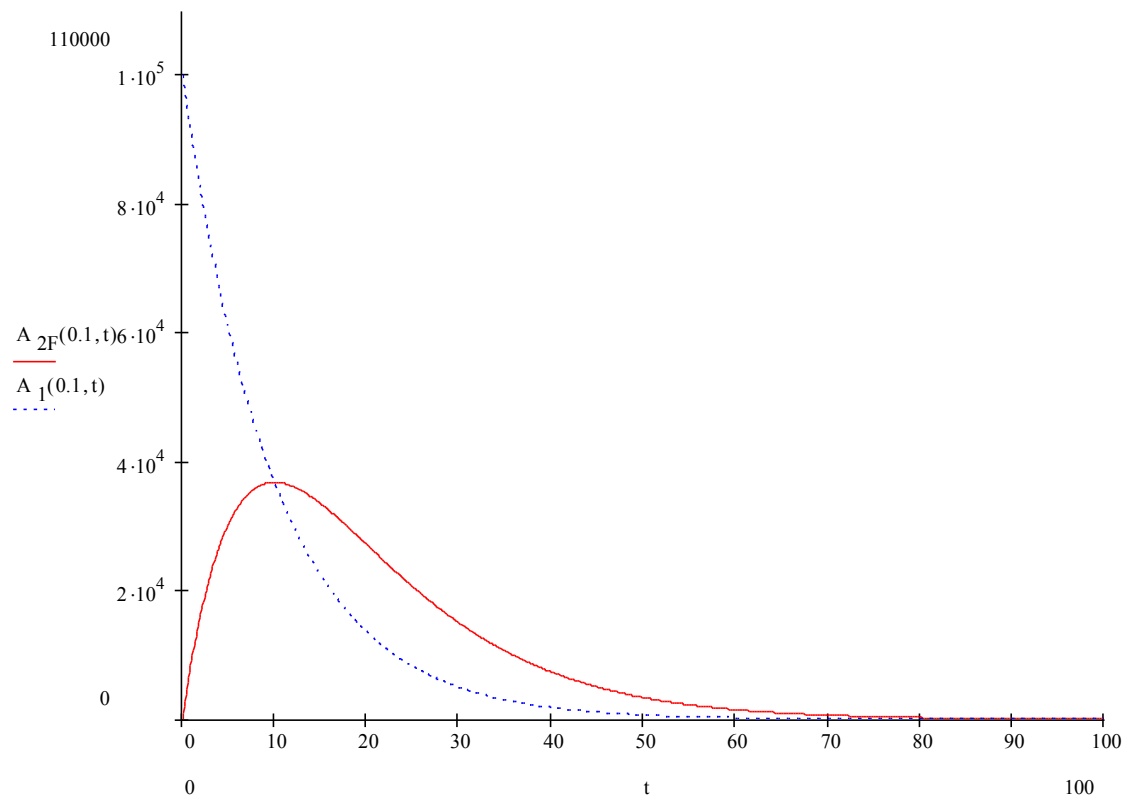


Abb. 2: Zeit-Aktivität-Diagramm von Mutter/Tochter mit gleicher Zerfallskonstante $\lambda = 0,1 \frac{1}{s}$

(2) langlebige Tochter $\lambda_1 \gg \lambda_2$ bzw. kurzlebige Tochter $\lambda_1 \ll \lambda_2$

Es soll nun betrachtet werden, wie es sich verhält, wenn sich die Zerfallskonstanten stark voneinander unterscheiden. Als Beispiel zerfällt die Mutter mit der Konstante

$\lambda_1 = 0.1$ (blau), die kurzlebige Tochter mit $\lambda_2 = 0.5$ (grün), also fünfmal so schnell wie die Mutter, und die langlebige mit $\lambda_3 = 0.01$ (rot), also zehnmal so langsam, wie die Mutter.

Am Zerfall des Mutterelements ändert sich im Vergleich zum Fall mit gleichen Konstanten nichts, es zerfällt weiterhin ohne dass es durch den Zerfall eines anderen Elements gespeist werden könnte. Die Tochterelemente jedoch verhalten sich in Abhängigkeit ihrer eigenen Zerfallskonstanten anders.

Die langlebige Tochter zerfällt nur mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit, daher verlängert sich die Phase, in der ihre Menge zunimmt.

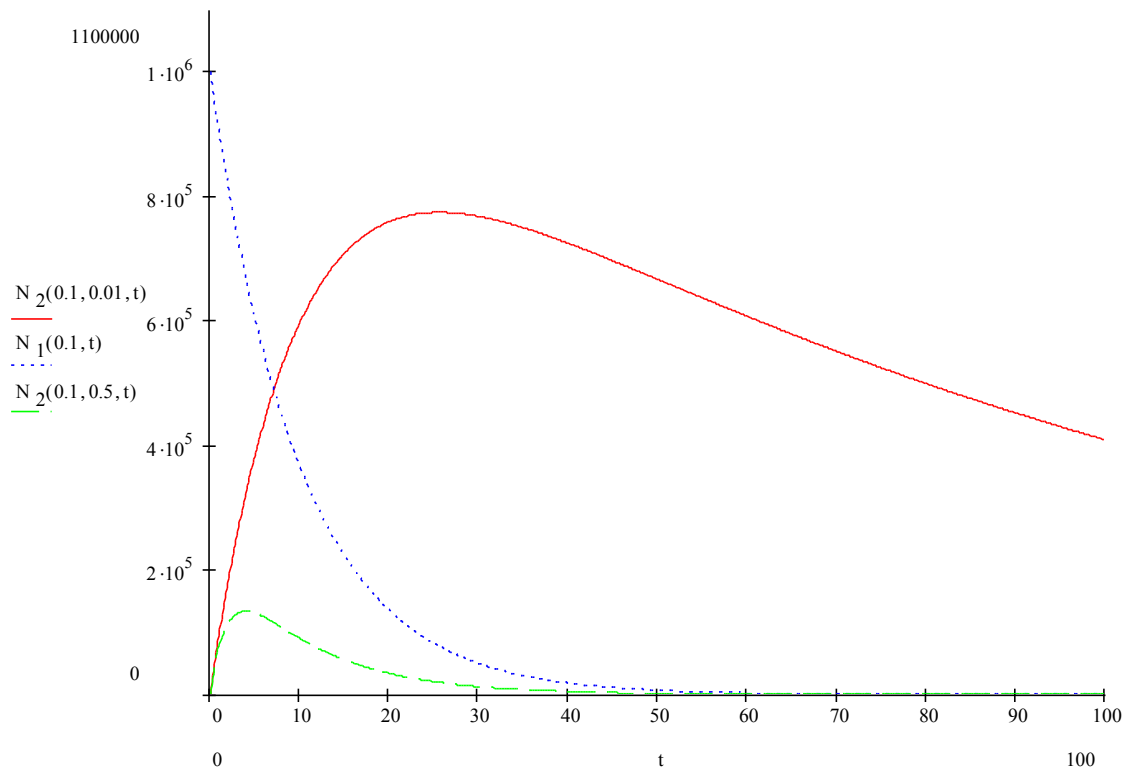


Abb. 3: Zeit-Menge-Diagramm von Mutter/Tochter mit unterschiedlichen Zerfallskonstanten

Ein Großteil der Mutter ist bereits zerfallen, bevor die Menge der langlebigen Tochter überhaupt beginnt wieder abzunehmen. Die Anzahl Tochternuklide erhöht sich auf einen Wert nahe der ursprünglichen Anzahl der Mutterkerne. Auch nachher verläuft ihr Zerfall viel langsamer, um genau zu sein zehnmal so langsam, wie der der Mutter, bis sie schließlich, zumindest im Modell, komplett zerfallen ist.

Bei der kurzlebigen Tochter kann man das genaue Gegenteil erkennen. Da sie fünfmal so schnell zerfällt, wie die Mutter, ist die Phase, in der ihre Menge zunimmt, entsprechend geringer und damit auch die maximal erreichbare Anzahl Tochternuklide viel kleiner als bei der langlebigen Tochter. Sobald nun der Hochpunkt überschritten ist, zerfällt die Tochter rasant weiter, während die Speisung aus den zerfallenden Mutterkernen nicht mehr ausreicht, um sie mit genügend Nachschub zu versorgen. Die Zahl der Tochteratome strebt schnell gegen 0 .

Die Aktivität der Mutterkerne folgt wieder einer Exponentialfunktion. Da die Aktivität direkt proportional zur Anzahl vorhandener Kerne ist, zerfallen bereits in der Anfangszeit Tochternuklide. Die unterschiedlichen Zerfallskonstanten kommen jetzt bereits zum Tragen: Während die kurzlebige Tochter bereits gleich nach dem Start eine sehr hohe Aktivität besitzt, zerfällt die langlebige Tochter nur sehr langsam, ihre Aktivität bleibt, auch wenn sie zu Beginn etwas steigt, immer gering.

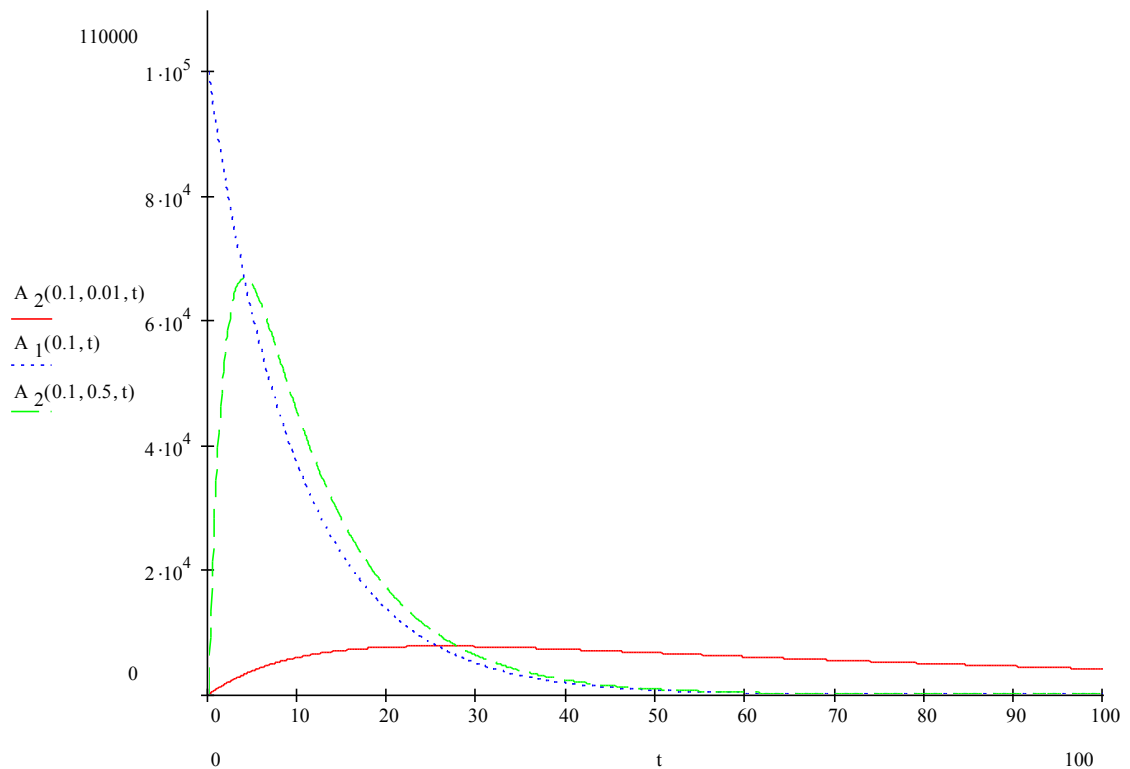


Abb. 4: Zeit-Aktivität-Diagramm von Mutter/Tochter mit unterschiedlichen Zerfallskonstanten

Da die langlebige Tochter noch lange nach der Mutter vorhanden ist, bleibt sie auch dementsprechend lange nach dem Aufbrauchen aller Mutteratome noch aktiv.

Die Tochter mit der hohen Zerfallswahrscheinlichkeit hingegen verhält sich anders, ihre Aktivität nähert sich schnell der der Muttersubstanz an und folgt ihr. Beide Elemente sind dann im sogenannten radioaktiven Gleichgewicht. Das bedeutet, dass ein Element der Zerfallsreihe zur „dominanten Mutter“ wird (vgl. ⁹), also viel länger lebt, als die nachfolgenden Elemente. Alle nach dieser Mutter liegenden Substanzen, die eine weitaus höhere Zerfallsgeschwindigkeit haben, sind direkt von den zerfallenden Mutteratomen abhängig. Zerfällt ein Atom der Mutter, so wird es mit großer Wahrscheinlichkeit sofort weiter zerfallen. Der limitierende Faktor der Aktivität(en) der Tochter bzw. Töchter ist nun also die Zerfallsgeschwindigkeit der dominanten Mutter und damit die Anzahl der zerfallenden Mutterkerne. Alle Stoffe ab dieser Mutter zerfallen nun praktisch gleichschnell und haben damit auch die gleiche Aktivität.

3 Praktische Anwendung

3.1 Aufbau und Versuchsbeschreibung

Der exponentielle Zerfall radioaktiver Elemente kann durch die dabei entstehende Strahlung nachgewiesen werden. In dieser Facharbeit wird dazu ein Gemisch aus Luft und radioaktivem ${}^{220}_{86}\text{Rn}$ (Thoriumemanation/Thoron) verwendet (vgl. ¹⁰).

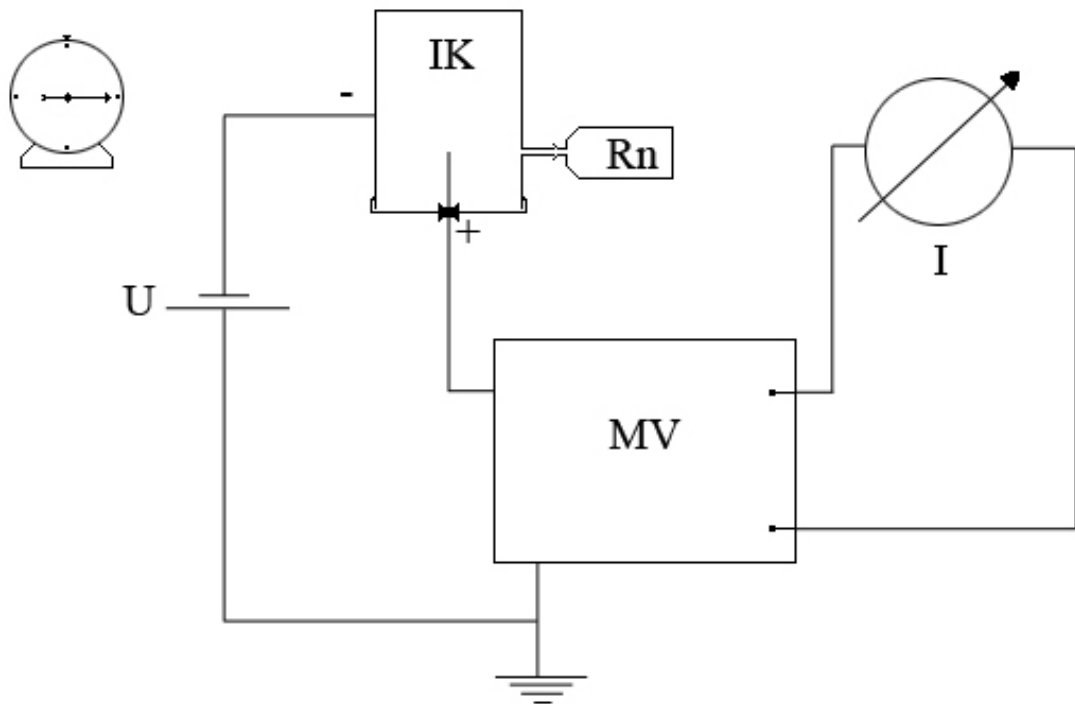


Abb. 5: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus

In die im Sättigungsbereich betriebene Ionisationskammer IK wird das radioaktive Gemisch hineingepumpt. Sättigungsbereich daher, weil man, wenn man zu geringe Spannung wählt, keinen messbaren Strom bekommt, und weil man, wenn man eine zu hohe Spannung einstellt, eine „lawinenartige“ Stoßionisation erhält, welche nicht mehr proportional zur Strahlung der Thoriumemanation ist und damit nicht mehr zum Nachweis des exponentiellen Charakters taugt. Die beim Zerfall des Radonisotops freiwerdende Alphastrahlung ionisiert entlang ihrer Flugbahn weitere Teilchen. Als Zählgas dient dabei gewöhnliche Luft. Die angelegte Spannung U (etwa 3,0 kV) verhindert dabei, dass sich die ionisierten Teilchen wieder mit ihren Elektronen verbinden, die Elektronen wandern zur positiv geladenen Anode, die ionisierten Teilchen zur negativ geladenen Hülle; ein Strom fließt. Dieser Strom wird mit Hilfe

¹⁰ [4] S.74ff.

eines Messverstärkers MV und dem daran angeschlossenen Drehspulgeräts in Abhängigkeit von der Zeit gemessen (vgl. ¹¹).

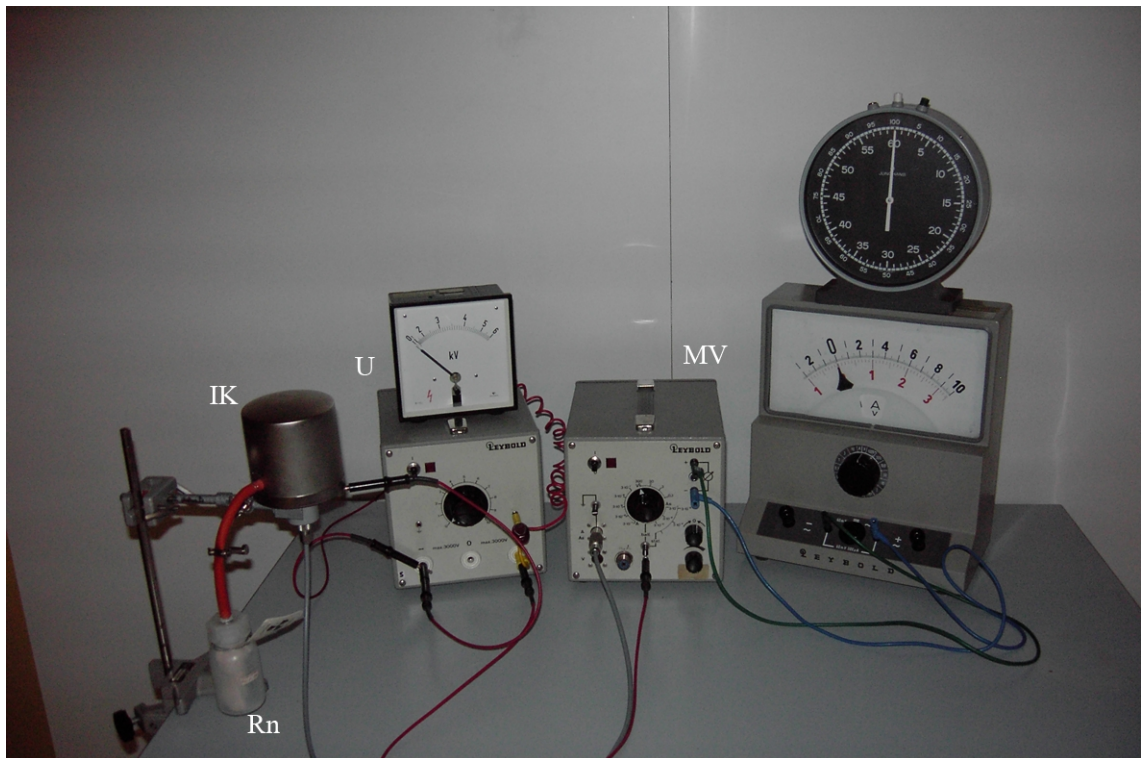


Abb. 6: Versuchsaufbau

Da dieser Strom direkt proportional zur Anzahl der in diesem Augenblick zerfallenden Kerne ist, also zur Aktivität des radioaktiven Präparats, kann mit seiner Hilfe auf den exponentiellen Verlauf des Kernzerfalls geschlossen werden.

3.2 Auswertung der erhaltenen Daten

Es wurden mehrere Messungen durchgeführt, eine soll exemplarisch hier bearbeitet werden.¹² Die verwendete Spannung betrug $U = 3,0\text{kV}$.

¹¹ [4] S. 74ff.

¹² Weitere Messungen siehe Anhang

T/s	$I/10^{-10}A$
0	1,5
5	1,45
10	1,4
15	1,3
20	1,25
25	1,15
30	1,1
40	1,0
50	0,9
60	0,83
70	0,8
80	0,7
90	0,65
100	0,62
110	0,58
120	0,52
130	0,48

Trägt man die erhaltenen Werte in ein Zeit-Stromstärke-Diagramm ein, so ergibt sich eine an den Grafen einer Exponentialfunktion erinnernde Kurve (rot):

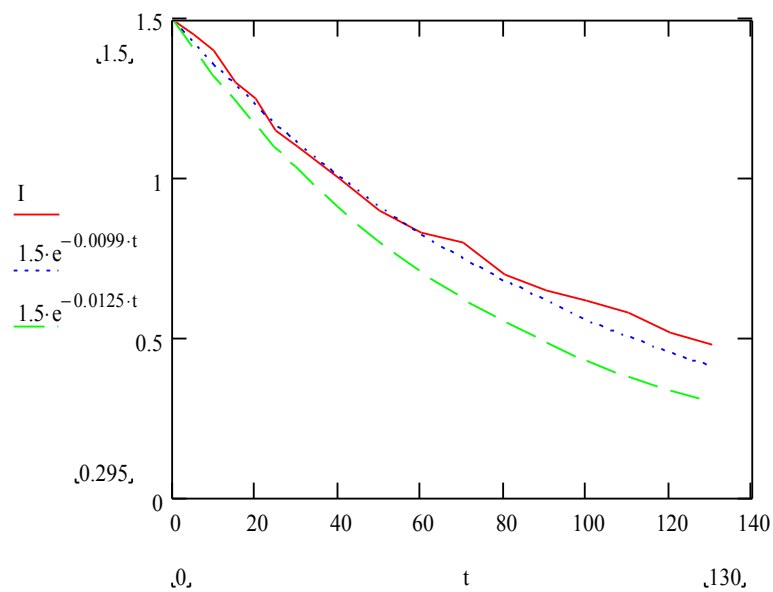


Abb. 7: Zeit-Stromstärke-Diagramm

Stellt man das Ganze nun halblogarithmisch dar, so wird ganz klar, dass die Stromstärke einem exponentiellen Verlauf folgt:

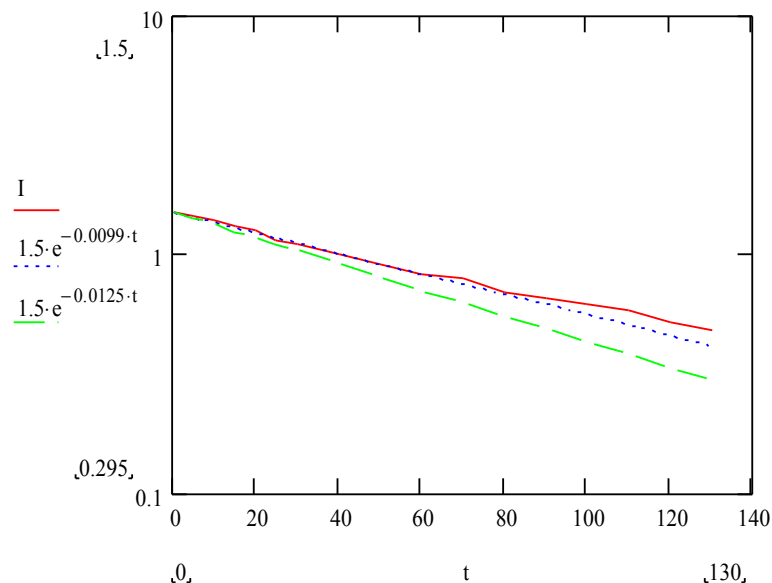


Abb. 8: Halblogarithmisches Zeit-Stromstärke-Diagramm

Es ist nun möglich folgende Gleichung aufzustellen, wobei λ wieder für die Zerfallskonstante des Elements steht:

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{mit} \quad I_0 = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ A}$$

Nimmt man einen anderen Wert dazu so lässt sich λ bestimmen:

$$I(60\text{s}) = 0,83 \cdot 10^{-10} \text{ A} = 1,5 \cdot 10^{-10} \text{ A} \cdot e^{-\lambda \cdot 60\text{s}}$$

$$\lambda = \frac{\ln\left(\frac{0,83 \cdot 10^{-10} \text{ A}}{1,5 \cdot 10^{-10} \text{ A}}\right)}{-60\text{s}} = 0,0099 \frac{1}{\text{s}}$$

Der Literaturwert (grün dargestellt) dazu lautet $\lambda = 0,0125 \frac{1}{\text{s}}$, es gibt also eine Abweichung von ca. 25%, welche möglicherweise von den Zerfallsprodukten des Radons erzeugt wird. Diese sind selbst wieder radioaktiv und könnten die Messung beeinflussen¹³.

Zur Veranschaulichung ist $I(t) = 1,5 \cdot e^{-0,0099 \frac{1}{\text{s}} \cdot t}$ (blau) ebenfalls in Abb. 7 und Abb. 8 eingetragen. Man kann sofort erkennen, dass der gemessene Verlauf ziemlich genau mit dem theoretisch vorausgesagten Verlauf übereinstimmt. Man kann jetzt das Zerfallsgesetz nachweisen (vgl. ¹⁴).

¹³ Siehe 6.1

¹⁴ [4] S.76

In der Zeit Δt zerfallen ΔN Rn-Kerne. D.h. es fließt ein Ionisationsstrom

$$I = \frac{\Delta N}{\Delta t} \cdot Q. \text{ Für } \Delta t \rightarrow 0 \text{ wird das zu } \bar{I} = \dot{N} \cdot Q, \text{ und damit } \bar{I} \sim \dot{N}.$$

$$\Rightarrow \dot{N}(t) \sim I_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \text{ bzw. } \dot{N}(t) = C \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Durch integrieren entsteht:

$$N(t) = \frac{-C_1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda \cdot t} + C_2$$

Man weiß, dass $N(t)$ für große t gegen 0 strebt, daher: $C_2 = 0$

Außerdem ist bekannt, dass $N(0) = N_0$, also $\frac{-C_1}{\lambda} = N_0$

Zusammen erhalten man daraus: $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

Das ist genau die Formel, die bereits in der theoretischen Betrachtung hergeleitet wurde, aber nun ist sie auch experimentell nachgewiesen.

4 Programm zur Simulation des Kernzerfalls

4.1 Anleitung: einfache, hypothetische Simulation durchführen

Das Verhalten radioaktiver Elemente lässt sich mit dem Computer gut simulieren.

Mithilfe eines Zufallsgenerators kann man die simulierten Kerne „zerfallen lassen“, wie in der Realität, abgesehen natürlich von den technischen Einschränkungen, also z.B. der Unmöglichkeit zu *jedem* Zeitpunkt zu prüfen, ob ein Kern bereits zerfallen ist. Je leistungsfähiger der Rechner, desto näher kommt man jedoch einer stetigen Simulation. Zur Einführung in das Programm soll nun eine hypothetische Simulation mit den vorgegeben Werten durchgeführt werden.

Zuerst ist es notwendig, dass der verwendete Browser in der Lage ist mit der Simulation umzugehen. Es wird der kostenlose Browser Mozilla Firefox 1.5¹⁵ (oder äquivalent/besser, speziell notwendig: <canvas>-Tag-Unterstützung) benötigt, dazu noch aktiviertes JavaScript und zur lokalen Speicherung von Elementsätzen noch Cookies. Letzteres ist nur optional, die Elementsätze lassen sich auch als gewöhnliche Textdateien speichern.

15 <http://www.mozilla.com/firefox/> bzw. auf CD-ROM im Verzeichnis /firefox/

Sobald diese Anforderungen erfüllt sind, kann man die Simulation beginnen.

Öffnen Sie dazu die Datei index.html auf der CD im Verzeichnis RaSim mit ihrem Browser. Nach einem kurzen Ladeschirm sollten Sie sich auf der Oberfläche der Simulation befinden.

Oben befindet sich die Menüleiste wie sie in gewöhnlichen Programmen auch zu finden ist. Darunter ist eine Leiste mit Buttons zu oft verwendeten Funktionen zum Schnellzugriff. Das Hauptaugenmerk liegt auf dem Bereich unter diesem.

Links finden sich die tabellarischen, exakten Daten in Abhängigkeit von der Zeit, rechts die grafische Veranschaulichung mithilfe eines Liniendiagramms, Flächendiagramms und Aktivitätendiagramms.

Um nun eine Simulation zu beginnen, bewegen sie entweder den Cursor auf den Menüpunkt „Simulation“ und klicken dann auf „Neue Simulation...“ oder klicken direkt auf „[Neue Sim]“. Es öffnet sich ein Fenster mit Simulationseinstellungen.

In diesem Fenster befindet sich zum einen die Liste der beteiligten Elemente und die damit verbundenen Steuerelemente und zum anderen die Simulationseinstellungen selbst. Darunter fällt zum einen das Aktualisierungsintervall, die Zeitspanne, die zwischen zwei Aktualisierungsdurchgängen vergeht, und der Zeitverzerrungsfaktor, der durch Angabe eines Zehnerexponenten bestimmt wird. Dabei bedeutet eine 0 $10^0=1$, also keine Zeitverzerrung und eine 3 $10^3=1000$, also tausendfache Beschleunigung. Die Voreinstellung Intervall 1000ms und Verzerrung 1 berechnet also alle $1000\text{ms}/10^1$ die Atome neu, d.h. alle 100ms. Die tatsächliche Geschwindigkeit hängt von der Rechenkraft des verwendeten Rechners ab.

Die voreingestellten Elemente sind pure Erfindung. Primium (1000 Stück zu Beginn vorhanden) hat eine Halbwertszeit von 60 Sekunden und zerfällt zu Sekundium (0 Stück zu Beginn vorhanden), welches eine Halbwertszeit von 30 Sekunden hat und schließlich zu Trinium (0 Stück zu Beginn vorhanden) zerfällt, welches stabil ist.

Da nun nur eine einfache Simulation durchgeführt werden soll, kann man einfach auf „OK“ klicken und dann auf „[Start Sim]“.

Mit einem Klick auf „[Stop Sim]“ lässt sich der Durchlauf sofort stoppen.

In der tabellarischen Auflistung erscheinen nun die jeweiligen Nuklidmengen in Abhängigkeit von der Zeit t , in der grafischen Darstellung ebenfalls die Nuklidmengen in Abhängigkeit von t . Mit den Registern am oberen Rand kann man zwischen den einzelnen Ansichten wechseln, mit den Kontrollen rechts unten kann man die Grafiken kontrollieren. Um einen Bereich heranzuzoomen kann man selbige verwenden oder

einfach mit der Maus den Bereich auf dem Diagramm ziehen, der genauer betrachtet werden soll.

Damit haben Sie ihre erste Simulation mit RaSim erfolgreich durchgeführt. Weiteres zur Verwendung entnehmen Sie bitte der integrierten Hilfe.

4.2 Fähigkeiten des Programms

RaSim ist als Website geschrieben worden und damit in der Lage auf einer großen Zahl Systemen zu laufen, ob nun Windows, Linux oder Mac OS. Außerdem erlaubt es dem Benutzer reale Simulationen durchzuführen. Jeder kann auf Wunsch eine beliebige Anzahl echter oder erfundener Atome einfügen und damit Versuche durchführen. Wie auch in der Natur werden die Elemente innerhalb der Simulation anhand ihrer Protonen- bzw. Neutronenzahl identifiziert. Somit kann man jedes beliebige Atom verwenden/einfügen und beliebig lange Zerfallsreihen erzeugen, die dann durchlaufen werden, komplett mit eigenen Elementen mit selbstdefinierter Halbwertszeit, Anzahl, Zerfallsprodukten. Es besteht auch die Möglichkeit zwei verschiedene Zerfallsprodukte anzugeben, wie es z.B. bei Bismut-212 notwendig wäre, da es mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit in Polonium-212 oder in Thallium-208 zerfallen kann.

Damit man nicht jedesmal, wenn man eine neue Simulation beginnen will, alles neu eingeben muss, bietet RaSim die Möglichkeit seine Elemente zu speichern. Es gibt zwei Möglichkeiten dies zu tun, einmal als Cookie auf dem lokalen Computer, einmal als Textdatei. Die auf Cookies basierende Methode hat den Vorteil, dass man sich nicht mit unzähligen Textdateien auseinandersetzen muss, sondern alles vom Browser automatisch erledigt wird. Leider kann man solche Cookies aber auch nicht einfach weitergeben. Daher die auf Textdateien aufbauende Methode, sie erlaubt es die Elemente als reinen Text zu exportieren und wieder einzufügen. So kann man z.B. eine Präsentation vorbereiten und andernorts zeigen. Da RaSim eine Website ist, muss man nur die Textdatei mitbringen, solange eine Kopie der Seite erreichbar ist, steht einer Simulation – wenn man die Softwareanforderungen erfüllt – nichts im Wege. Zur Demonstration dieser Funktion befindet sich im Ordner der Simulation eine Datei mit Namen „radon220zerfall.txt“. Diese Datei enthält die Thorium-Zerfallsreihe ab dem im Versuch verwendeten Ra-220 zur Verwendung in RaSim. Da die Halbwertszeiten der Elemente sehr verschieden sind empfiehlt es sich je nach Simulationsfortschritt die

Simulationsgeschwindigkeit anzupassen.

4.3 Funktionsweise

RaSim besteht aus insgesamt fünf Dateien: index.html ist das Zentrum, in dem sich alles abspielt, style.css bestimmt das Aussehen der Seite, interface.js regelt die Steuerelemente, visualisation.js erzeugt die Grafiken und atomhandler.js verarbeitet den radioaktiven Zerfall. Da für diese Facharbeit nur der Teil, der sich mit dem Zerfall befasst, interessant ist, wird sich dieser Abschnitt auf die entsprechende Funktion konzentrieren.

Die Funktionsweise ist genau genommen sehr einfach. Das Programm nimmt sich jedes Atom nacheinander vor, ermittelt die Anzahl und Art der Zerfälle und führt den Töchtern dementsprechend neue Teilchen zu. Das Ganze ist noch verbunden mit diversen Grafik- und Speicherfunktionen, die das Zusammenspiel mit dem restlichen Programm regeln, was aber hier nicht weiter von Belang ist.

```
function processAtoms() {
    //Zeitmarke um Intervall erhöhen
    timestamp += parseInt(trim(interval));
    (...)
    //jedes Element abarbeiten
    for (var p in atoms) {
        for (var n in atoms[p]) {
            (...)
            if (atoms[p][n].num > 0) {
                //aktuelles Element wählen
                var currentElement = atoms[p][n];
                //Zerfallsschwelle ermitteln ( $A = 0,5 * \text{Intervall} / \text{Halbwertszeit}$ )
                var act = getActivityFromHalflife(interval,
                    currentElement.t12);
                //bisher auf Zerfallsart 1 bzw. 2 zerfallene Atome auf 0 setzen
                var decayed1 = 0;
                var decayed2 = 0;
                (...)
                //für jedes vorhandene Atom prüfen, ob es zerfallen ist
                for (i = 1; i < currentElement.num; i++) {
                    //Zufallszahl erzeugen
                    var decay = Math.random();
                    //wenn Zufallszahl kleiner als Zerfallsschwelle, dann Zerfall einleiten
                    if (decay < act) {
                        //Zufallszahl erzeugen
```


5 Ausblick auf künftige Anwendungen der Kenntnisse

Auch jetzt noch sind nicht alle Möglichkeiten, die Kernforschung bietet, erkundet worden. In der Neutronenquelle FRM-II in München zum Beispiel werden die „Abfallprodukte“ zerfallender Kerne, Neutronen, zur Erforschung vieler Bereiche der Naturwissenschaften benutzt¹⁶, unter anderem die Biowissenschaft, wo beispielsweise der genaue Aufbau von organischen Molekülen erfasst werden kann. Auch werden die Neutronen benutzt um nicht radioaktive Atome in radioaktive Isotope umzuwandeln, die dann für weitere Experimente nützlich sein können.

Schließlich hilft aber das Wissen um die Fission von Kernen auch dafür das Gegenteil zu realisieren, die Kernfusion. Wenn das gelungen sein wird, dürften die Energieprobleme der Erde wohl für *lange* Zeit aus der Welt geschafft sein und man könnte sich den anderen Schwierigkeiten, die unseren Planeten plagen, zuwenden.

16[5]

6 Anhang

6.1 Zusätzliche Messungen und Berechnungen zu 3.2

Messung 1:

T/s	$I/10^{-10}A$
0	1
5	-
10	0,92
15	0,9
20	0,81
25	0,78
30	0,72
35	0,69
40	0,65
45	0,6
50	-
55	0,54
60	-
65	0,5

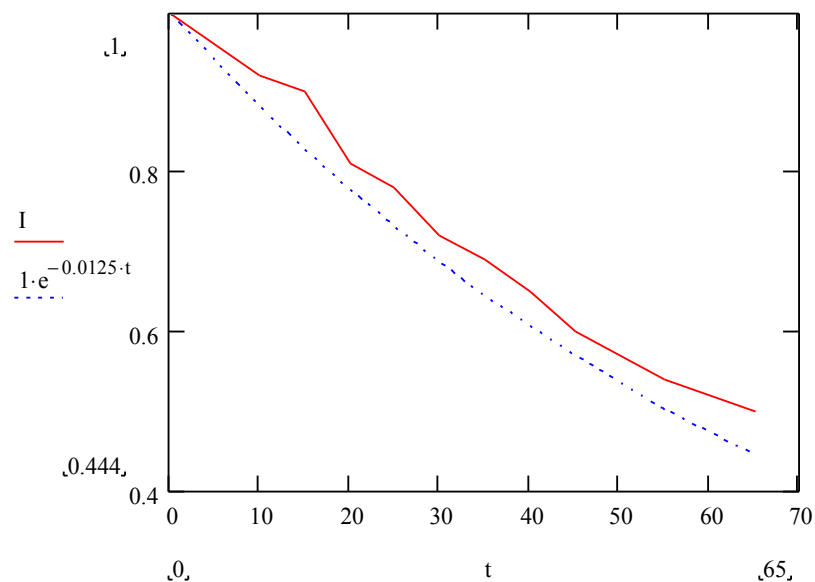


Abb. A1: Zeit-Stromstärke-Diagramm

$$\lambda = \frac{\ln\left(\frac{0,5 \cdot 10^{-10} A}{1,5 \cdot 10^{-10} A}\right)}{-65s} = 0,011 \frac{1}{s} \quad \rightarrow \text{Abweichung von ca. 15\% vom Literaturwert.}$$

Messung 2:

T/s	$I/10^{-10}A$
0	1
10	0,9
20	0,8
30	0,71
40	0,62
50	0,53
60	0,48
70	0,415
80	0,385
90	0,315
100	0,29
110	0,265
120	0,21

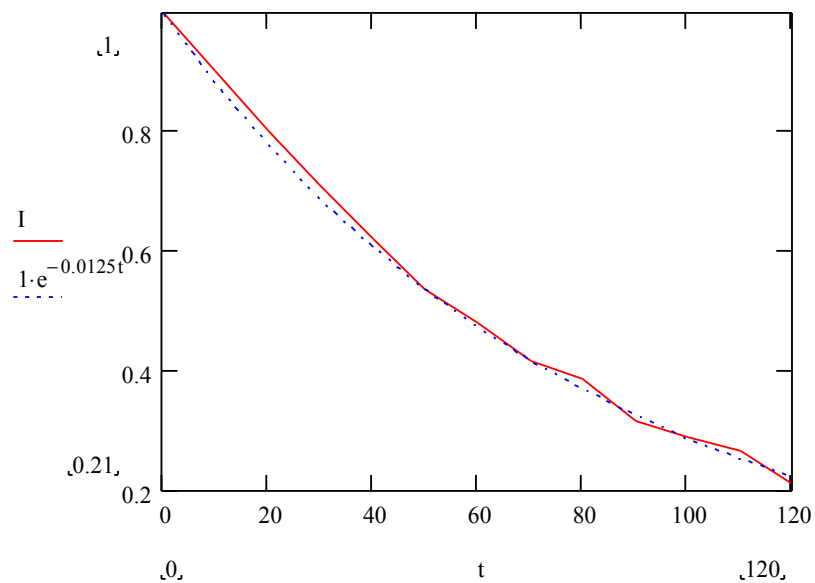


Abb. A2: Zeit-Stromstärke-Diagramm

$$\lambda = \frac{\ln\left(\frac{0,48 \cdot 10^{-10} A}{1,5 \cdot 10^{-10} A}\right)}{-60s} = 0,012 \frac{1}{s} \quad \rightarrow \text{Abweichung von ca. 2,1\% vom Literaturwert.}$$

Folgerung: Offenbar unterliegen die Messungen einer gewissen Ungenauigkeit – der Literaturwert kann dennoch erreicht werden.

7 Literaturverzeichnis und Quellenauszüge

Literaturverzeichnis

- [1] <http://de.wikipedia.org/wiki/Radioaktivität>
Aufrufdatum: 12.11.2005 18:42
Erscheinungsdatum/letzte Änderung: 09.11.2005 12:37
(zitiertes Auszug siehe unten, gesamte Seite auf CD-ROM in Datei
/quellen/wikipedia-radioaktivitaet.html)
- [2] [http://de.wikipedia.org/wiki/Aktivität_\(Physik\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Aktivität_(Physik))
Aufrufdatum: 12.11.2005 19:35
Erscheinungsdatum/letzte Änderung: 03.08.2005 04:26
(zitiertes Auszug siehe unten, gesamte Seite auf CD-ROM in Datei
/quellen/wikipedia-aktivitaet.html)
- [3] <http://www.educeth.ch/physik/leitprog/radio/docs/radio.pdf>
Aufrufdatum: 15.01.2006 16:30
Erscheinungsdatum/letzte Änderung: vermutlich 1996
S. 46 ff.
(zitiertes Auszug siehe unten, gesamtes PDF-Dokument auf CD-ROM in Datei
/quellen/radio.pdf)
- [4] Müller, Leitner, Dilg, Physik Leistungskurs 4. Semester Kernphysik, München,
Ehrenwirth Verlag, 1982,
S. 74 ff.
- [5] <http://wwwnew.frm2.tum.de/en/industry.html>
Aufrufdatum: 23.01.2006 19:30
Erscheinungsdatum/letzte Änderung: unbekannt
- [6] <http://www.scheibler-web.de/share/physik/physik.asp>
Aufrufdatum 25.01.2006 15:24
Erscheinungsdatum/letzte Änderung: 13.03.2003
(installierbare Kopie des Programms „Kernzerfall für Windows“ auf CD-ROM
in Datei /quellen/zffw/setup.exe)

Quellenauszüge

zu [1]

„(...) Unter Radioaktivität (von lat. radius, Strahl) oder radioaktivem Zerfall versteht man die spontane Umwandlung instabiler Atomkerne unter Energieabgabe. Die freiwerdende Energie wird in Form ionisierender Strahlung, nämlich energiereicher geladener Teilchen und/oder Gammastrahlung, abgegeben. Bei manchen Zerfallsarten (s. unten) ändert sich die Kernladungszahl (Ordnungszahl) - es entsteht also ein anderes chemisches Element -, bei manchen auch die Massenzahl. Daneben gibt es Übergänge, bei denen sich nur der Anregungszustand des Kerns ändert (Übergang zwischen verschiedenen Isomeren des selben Nuklids). Die Stärke der Radioaktivität wird durch die physikalische Größe Aktivität beschrieben und in der Einheit Becquerel, abgekürzt Bq, angegeben.

Radioaktiver Zerfall ist kein deterministischer Prozess. Der Zerfallszeitpunkt ist absolut zufällig. Allerdings ist für jedes Nuklid die Zerfallswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit ein fester Wert, der auch durch die Halbwertszeit beschrieben werden kann. Die Halbwertszeit ist der Zeitraum, nach dem durchschnittlich die Hälfte der instabilen Atomkerne einer Menge zerfallen sind. Sie kann nur Sekundenbruchteile, aber auch einige Milliarden Jahre betragen. Solche langlebigen Nuklide sind beispielsweise Uran-238, Uran-235, Thorium-232 und Kalium-40. Je kürzer die Halbwertszeit, desto größer ist die Aktivität einer gegebenen Substanzmenge. Mathematisch wird der Zerfall durch das Zerfallsgesetz beschrieben. (...)

zu [2]

„(...) Die Aktivität eines radioaktiven Stoffes ist das Maß für die Anzahl der Kernzerfälle, die innerhalb einer bestimmten Zeitspanne stattfinden.

Die Maßeinheit der Aktivität ist das Becquerel (Bq). 1 Bq entspricht einem Kernzerfall pro Sekunde.

Für ein radioaktives Präparat eines bestimmten Elementes mit N_0 Atomkernen gilt für seine Aktivität A_0 zu Beginn des Zerfallsprozesses

$$A_0 = N_0 \cdot \lambda ,$$

wobei λ die Zerfallskonstante des entsprechenden Elementes ist, welche die Geschwindigkeit des Zerfalls darstellt.(...)

zu [3]
„(...)

1. Zeitliche Änderung der Mutter- und der Tochternuklide.

Radioaktive Tochternuklide werden einerseits gebildet, andererseits zerfallen sie. Wie verändert sich nun die **Konzentration des Mutternuklids**, wie die **des Tochternuklids**?

Dazu betrachten wir eine **frisch aufbereitete Probe**. Diese soll anfänglich **keine Tochternuklide** enthalten. Lediglich die Muttersubstanz sei vorhanden.

Vorgaben

Muttersubstanz: Fiktives Element Mu

Anfangsmenge: N_{0-Mu}

Zerfallskonstante: L_{mu}

Tochtersubstanz: Fiktives Element To

Anfangsmenge: $N_{0-To} = 0$; am Anfang sind keine Tochternuklide vorhanden.

Zerfallskonstante: L_{to}

Wie lauten nun die **Zerfallsgesetze für Mutter und Tochter**?

Die Herleitung der Formel würde hier zu weit führen. Darum direkt das Ergebnis:

Für das **Mutternuklid** gilt (Gleichung 2.2):

$$N_{\text{Mu}}(t) = N_{0-\text{Mu}} \cdot e^{-\lambda_{\text{Mu}} t}$$

Für das **Tochternuklid** gilt:

$$N_{\text{To}}(t) = N_{0-\text{Mu}} \frac{\lambda_{\text{Mu}}}{\lambda_{\text{To}} - \lambda_{\text{Mu}}} (e^{-\lambda_{\text{Mu}} t} - e^{-\lambda_{\text{To}} t})$$

Für den Spezialfall mit $\lambda_{\text{Mu}} = \lambda_{\text{To}}$ gilt:

$$N_{\text{To}}(t) = N_{0-\text{Mu}} \cdot \lambda_{\text{Mu}} \cdot t \cdot e^{-\lambda_{\text{Mu}} t}$$

N:	Nuklidzahl
l:	Zerfallskonstante
Index Mu:	Mutternuklid
Index To:	Tochternuklid

Wie sieht das an einem **Beispiel** aus?

Betrachten wir dazu die folgenden **Varianten**: Mutter und Tochter sind beide radioaktiv und zerfallen.

- Die Lebensdauer der Tochter ist bedeutend länger als die der Mutter.
- Mutter und Tochter leben gleich lange.
- Die Lebensdauer der Tochter ist bedeutend kürzer als die der Mutter.

Ich habe für Sie ein Beispiel durchgerechnet. Dazu die genauen Zahlenwerte:

Muttersubstanz:	Fiktives Element Mu
Anfangsmenge:	$N_{0-\text{Mu}} = 10^9$ Kerne
Zerfallskonstante:	$\lambda_{\text{Mu}} = 0.1 \text{ s}^{-1}$
Tochtersubstanz:	Fiktives Element To
Anfangsmenge:	$N_{0-\text{To}} = 0$; Am Anfang keine Tochternuklide vorhanden.
Zerfallskonstante:	3 Möglichkeiten

a) $\lambda_{\text{To}} = 0.01 \text{ s}^{-1}$

Der Zerfall der Tochter ist 10mal unwahrscheinlicher als der der Mutter. D. h. die Halbwertszeit der Tochter ist 10mal grösser als diejenige der Mutter. Die Tochter lebt also bedeutend länger.

b) $\lambda_{\text{To}} = 0.1 \text{ s}^{-1}$

Mutter und Tochter zerfallen gleich wahrscheinlich. Die beiden Halbwertszeiten sind gleich.

c) $\lambda_{\text{To}} = 0.5 \text{ s}^{-1}$

Die Halbwertszeit der Tochter ist 5mal kleiner als diejenige der Mutter. Die mittlere Lebensdauer der Tochter ist also bedeutend kürzer als die der Mutter.

Diskussion

Zeitliche Änderung der Nuklidzahl

In Abbildung 2.7 finden Sie den zeitlichen Verlauf der Nuklidzahl der Muttersubstanz wiedergegeben. Zum zeitlichen Verlauf der Nuklidzahl der Tochtersubstanz finden Sie 3 Kurven (für jede Variante eine).

Die Nuklidzahl der **Mutter** kann lediglich abnehmen. Denn es gibt in dieser Probe kein übergeordneter „Vorfahre“, bei dessen Zerfall das Mutternuklid erzeugt würde.

Bei den Töchtern gilt:

In der Anfangsphase dominiert die Bildung der Töchter. Die Aktivität des Mutternuklids ist in dieser Phase noch hoch. Durch die vielen Mutterzerfälle entstehen viele Tochterkerne. Bei der Tochter sind in der Anfangsphase jedoch erst wenige Kerne vorhanden. Darum können auch nur wenige zerfallen. Der **Zuwachs** an Töchtern ist höher als deren Abnahme durch Zerfall.

Mit fortschreitender Dauer dominiert der **Zerfall** der Tochtersubstanz. Hier sind nur noch wenige Mutterkerne vorhanden. Daher ist ihre Aktivität auch klein. Das heisst, es entstehen nur noch wenige Töchter.

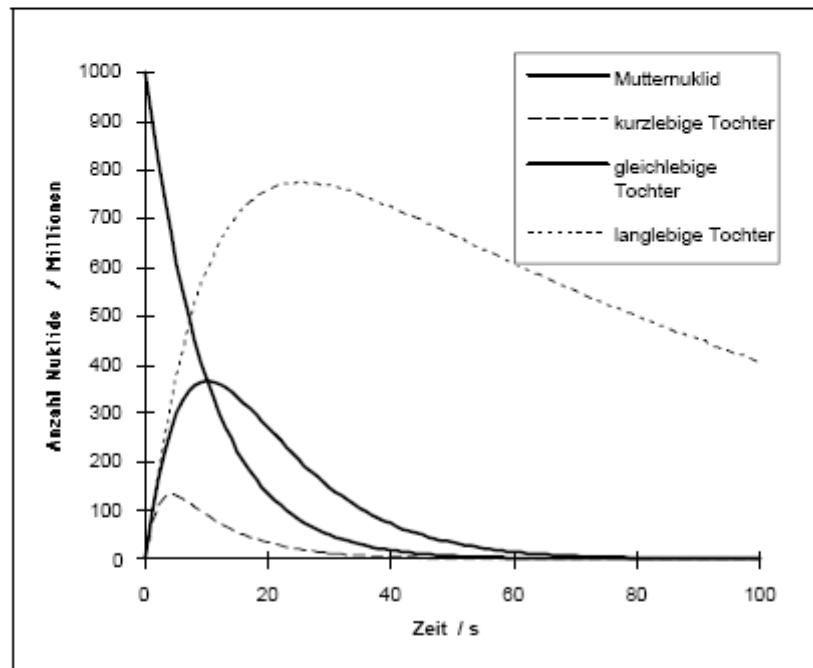


Abbildung 2.7: Nuklidzahl der Muttersubstanz und der Tochtersubstanz (Beachten Sie die 3 Varianten der Tochtersubstanz)

Wie ändert sich die Aktivität?

In Abbildung 2.8 finden Sie für die Muttersubstanz sowie für jede der 3 Varianten der Tochtersubstanz den zeitlichen Verlauf der Aktivität wiedergegeben.

In der Zusammenfassung von Abschnitt 2.3 haben Sie gesehen, dass die Aktivität proportional zur Anzahl der Nuklide ist. Dies gilt allgemein, also auch in der Anfangsphase. Auch schon in dieser Phase zerfallen einige Töchter (Aktivität $A_{T_0} > 0$).

Für die Aktivitäten gilt:

$$A_{M_0}(t) = \lambda_{M_0} \cdot N_{M_0}(t)$$

$$A_{T_0}(t) = \lambda_{T_0} \cdot N_{T_0}(t)$$

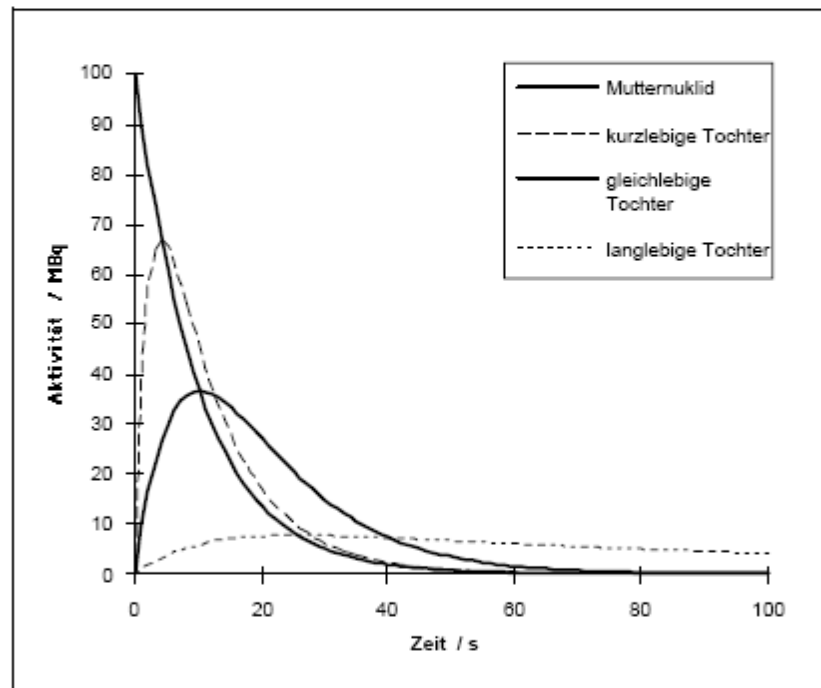


Abbildung 2.8: Aktivitätsverlauf der einzelnen Nuklide (Beachten Sie die 3 Varianten der Tochtersubstanz)

Die Aktivität der Mutterkerne nimmt mit der Zeit exponentiell ab.

Töchter, die wesentlich länger leben als die Mutter, sind lange nach dem Abklingen der Muttersubstanz noch aktiv.

Ist die Tochter jedoch wesentlich kurzlebiger als die Mutter, zerfällt sie nach ihrer Entstehung gleich wieder. Beachten Sie die Graphik: Schon kurz nach der

Aufbauphase nähert sich die Aktivität der kurzlebigen Tochter der Aktivität der Mutter. Bald danach sind beide **Aktivitäten gleich**. Mutter und Tochter sind im **radioaktiven Gleichgewicht**.

Dieses Gleichgewicht kann sich auch über mehrere Glieder einer Zerfallsreihe erstrecken. Die Bedingung dazu lautet: Ein Glied der Zerfallsreihe ist bedeutend langlebiger als alle Folgeglieder. Dieses Glied wird zur **dominanten Mutter**. Die **Aktivitäten der Folgesubstanzen sind dann praktisch gleich der Aktivität dieser langlebigen Muttersubstanz**.

(...)"

Ich erkläre hiermit, dass ich die Facharbeit ohne Fremde Hilfe angefertigt und nur die im Literaturverzeichnis angeführten Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

....., den

Ort

Datum

Unterschrift des Schülers